

Numele și prenumele.....

TEST

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Calculați $\log_7(3 + \sqrt{2}) + \log_7(3 - \sqrt{2})$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 + ax + b$. Determinați numerele reale a și b pentru care graficul funcției f conține punctele $A(2,3)$ și $B(-1,0)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale, ecuația $3^x + 3^{x+1} = 36$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea $\{10, 11, 12, \dots, 99\}$, acesta să fie divizibil cu 4.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2, -1)$ și $N(-1, 3)$. Determinați coordonatele vectorului $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$.
- 5p 6. Determinați lungimea laturii unui triunghi echilateral, ce are aria egală cu $4\sqrt{3}$.

SUBIECTUL II

(30 puncte)

1. Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} 1+x & x \\ 2x & 1+2x \end{pmatrix}$, unde x număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 4$.
- 5p b) Arătați că $A(x)A(y) = A(x + y + 3xy)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele reale a pentru care $A(a)A(a) = A(5)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 5(x + y - 4) - xy$.
- 5p a) Arătați că $x * y = -(x - 5)(y - 5) + 5$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x * x \geq x$.
- 5p c) Calculați $1 * (-2) * 3 * (-4) * \dots * 2019 * (-2020)$.

SUBIECTUL III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow R, f(x) = \ln x + e^x$.
- 5p a) Arătați că $xf'(x) = 1 + xe^x$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției în punctul $A(1, e)$.
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.
2. Se consideră funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = 3x^2 + 2x + 1$.
- 5p a) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.
- 5p b) Arătați că orice primitivă a funcției f este concavă pe intervalul $(-\infty, -\frac{1}{3})$.
- 5p c) Demonstrați că, oricare ar fi $a \geq 2$, are loc inegalitatea $\int_0^a f(x) dx \geq 3a^2 + 2$.