

Numele și prenumele.....

TEST- 4-

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Determinați $x \in \mathbb{R}$ pentru care numerele $x - 1$, $x + 1$ și $3x - 1$ sunt termenii consecutivi
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = x + 3$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor f și g .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x^2 - 1} = 2$.
- 5p 4. Calculați $a \cdot b$, știind că $a + b = 150$ și numărul a reprezintă 25% din numărul b .
- 5p 5. Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care punctele $A(2,3)$, $B(4,5)$ și $C(m+1, m^2)$ sunt coliniare.
- 5p 6. Calculați $\cos x$, știind că $\sin x = \frac{1}{3}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL II

(30 puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = -2$
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $x(A+B)=C$.
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A \cdot B - B \cdot A = 2X + C$.
2. Pe mulțimea numerelor complexe se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $z_1 \circ z_2 = iz_1z_2 + z_1 + z_2$.
- 5p a) Arătați că $i \circ i = i$.
- 5p b) Demonstrați că $z_1 \circ z_2 = i(z_1 - i)(z_2 - i) + i$.
- 5p c) Demonstrați că simetricul numărului $\frac{1}{2}(1 + i)$ în raport cu legea de compoziție " $\circ$ " este număr real.

SUBIECTUL III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2^x + 3^x - 4, & x \in (-\infty, 1) \\ \frac{x^2 - x + 1}{x^2}, & x \in [1, +\infty) \end{cases}$.
- 5p a) Arătați că funcția f este continuă pe $\mathbb{R}$.
- 5p b) Demonstrați că funcția f este crescătoare pe $(-\infty, 1)$.
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \leq 1$, pentru orice x .
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x \ln x$ și $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{e^x}{x}$.
- 5p a) Calculați $\int_1^2 x \cdot g(x) dx$.
- 5p b) Calculați $\int_e^{e^2} \frac{f(x)}{x \cdot e^x} dx$.
- 5p c) Demonstrați $\int_1^e (f(x) + g(x)) dx = e^e$.

