

Numele și prenumele.....

TEST

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Calculați $\log_2 \frac{1}{8} + \sqrt[3]{27}$.
- 5p 2. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 - 2x + 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 - 3^{x^2-1} = 1$.
- 5p 4. Determinați câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1,2,3,4\}$.
- 5p 5. Se consideră vectorii $\vec{v}_1 = 2\vec{i} - \vec{j}$ și $\vec{v}_2 = \vec{i} + 3\vec{j}$. Determinați coordonatele vectorului $\vec{w} = 2\vec{v}_1 - \vec{v}_2$.
- 5p 6. Un triunghi dreptunghic are catetele $AB=3, AC=4$. Determinați lungimea înălțimii duse din A.

SUBIECTUL II

(30 puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}, I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = A - xI_2$, unde x este un număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(B(0))=1$.
- 5p b) Arătați că $A + I_2 = O_2$.
- 5p c) Demonstrați că $\det(B(x)) \geq 1$, pentru orice număr real x .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 3xy - 3\sqrt{2}(x+y) + 6 + \sqrt{2}$.
- 5p a) Arătați că $\sqrt{2} \circ 1 = \sqrt{2}$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y = 3(x - \sqrt{2})(y - \sqrt{2}) + \sqrt{2}$.
- 5p c) Calculați $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{1}} \circ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \circ \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \circ \dots \circ \frac{\sqrt{2020}}{\sqrt{2017}}$.

SUBIECTUL III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = (x+2)^2 e^{-x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = -x(x+2)e^{-x}, x \in R$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $0 \leq \frac{(x+2)(y+2)}{\sqrt{e^{x+y}}} \leq 4$, pentru orice $x, y \in [-2, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: R^* \rightarrow R, f(x) = x + \frac{1}{x}$.
- 5p a) Calculați $\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx$.
- 5p b) Calculați $\int_1^2 f^2(x) dx$.
- 5p c) Calculați $\int_1^e f(x) \cdot \ln x dx$.