

Numele și prenumele.....

TEST

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Arătați că $1,75:0,25 - 2\left(\frac{17}{4} - 2,25\right) = 3$.
- 5p 2. Determinați imaginea funcției $f: [1,5] \rightarrow R, f(x) = 2x + 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2x + 4) = 4$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 20% un produs costă 144 lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,a)$ și $B(5,0)$, unde a este un număr real. Determinați numerele reale a , știind că segmentul AB are lungimea egală cu 5.
- 5p 6. Arătați că $\sin^2 130^\circ + \cos^2 50^\circ = 1$.

SUBIECTUL II

(30 puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}, I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 0$
- 5p b) Arătați că $A \cdot A + A = O_2$.
- 5p c) Demonstrați că există o infinitate de matrice $X \in \mathcal{M}(\mathbb{R})$ astfel încât $\det X = \det(X + I_2)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = -xy + x + y$.
- 5p a) Arătați că $1 \circ \sqrt{2} = 1$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y = -(x - 1)(y - 1) + 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Calculați $1^n \circ 2^n \circ 3^n \circ \dots \circ 2021^n$, pentru orice număr natural nenul n .

SUBIECTUL III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow R, f(x) = \frac{x^2-1}{x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2}, x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția f este concavă.
2. Se consideră funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = x^3 + 2$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 2)dx = \frac{1}{4}$.
- 5p b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(2) = 7$.
- 5p c) Arătați că $\int_0^1 e^x (f(x) - x^3 + x^2)dx = 3e - 4$.