

Operații aritmetice

$$\begin{aligned}
 ab + ac &= a(b + c) & a\left(\frac{b}{c}\right) &= \frac{ab}{c} \\
 \left(\frac{a}{b}\right) &= \frac{a}{bc} & \frac{a}{\left(\frac{b}{c}\right)} &= \frac{ac}{b} \\
 \frac{a}{b} + \frac{c}{d} &= \frac{ad + bc}{bd} & \frac{a}{b} - \frac{c}{d} &= \frac{ad - bc}{bd} \\
 \frac{a - b}{c - d} &= \frac{b - a}{d - c} & \frac{a + b}{c} &= \frac{a}{c} + \frac{b}{c} \\
 \frac{ab + ac}{a} &= b + c, \quad a \neq 0 & \frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)} &= \frac{ad}{bc}
 \end{aligned}$$

Reguli de calcul cu puteri

$$\begin{aligned}
 a^0 &= 1, a \neq 0 & (a^m)^n &= a^{m \cdot n} \\
 a^m \cdot a^n &= a^{m+n} & (a \cdot b)^n &= a^n \cdot b^n \\
 \frac{a^m}{a^n} &= a^{m-n} = \frac{1}{a^{n-m}} & a^{\frac{m}{n}} &= \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = (a^m)^{\frac{1}{n}} \\
 \left(\frac{a}{b}\right)^n &= \frac{a^n}{b^n} & \frac{1}{a^{-n}} &= a^n \\
 (a)^{-n} &= \frac{1}{a^n}
 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$$

Numere complexe

$$\begin{aligned}
 i &= \sqrt{-1}, \quad i^2 = -1, \quad \sqrt{-a} = i\sqrt{a}, \quad a \geq 0 \\
 (a + bi) + (c + di) &= a + c + (b + d)i \\
 (a + bi) - (c + di) &= a - c + (b - d)i \\
 (a + bi)(c + di) &= a^2 + b^2 \\
 |a + bi| &= \sqrt{a^2 + b^2} \\
 \overline{(a + bi)} &= a - bi
 \end{aligned}$$

Proprietățile inegalităților

Dacă $a < b$ atunci $a + c < b + c$ și $a - c < b - c$.

Dacă $a < b$ și $c > 0$ atunci $ac < bc$ și $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.

Dacă $a < b$ și $c < 0$ atunci $ac > bc$ și $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

Proprietățile modulului

$$\begin{aligned}
 |a| &= \begin{cases} a, & \text{dacă } a \geq 0 \\ -a, & \text{dacă } a < 0 \end{cases} \\
 |a| &\geq 0 \\
 |a| &= |-a| \\
 |ab| &= |a||b| \\
 \left|\frac{a}{b}\right| &= \frac{|a|}{|b|} \\
 |a + b| &\leq |a| + |b|
 \end{aligned}$$

Reguli de calcul cu radicali

$$\begin{aligned}
 \sqrt[n]{a} &= a^{\frac{1}{n}} \\
 \sqrt[n]{a^n} &= a, \text{ dacă } n \text{ impar} \\
 \sqrt[n]{a^n} &= |a|, \text{ dacă } n \text{ par} \\
 \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} &= \sqrt[n]{a \cdot b}, \quad a, b \geq 0, \quad m \in \mathbb{N}, m \geq 2 \\
 \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} &= \sqrt[n]{a : b}, \quad a \geq 0, b > 0, \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \\
 \sqrt[mn]{a^{mp}} &= \sqrt[n]{a^p}, \quad a > 0, \quad m, n, p \in \mathbb{Z}, m, n \geq 2 \\
 \sqrt[m]{a^p} \cdot \sqrt[n]{b^q} &= \sqrt[mn]{a^{pn} \cdot b^{qm}}, \quad a, b > 0, \quad m, n, p, q \in \mathbb{Z}, m, n \geq 2
 \end{aligned}$$

Formule calcul prescurtat

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}), n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

Ecuatia de grad II

$$ax^2 + bx + c = 0, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0,$$

Discriminantul ecuației: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

✚ Dacă $\Delta > 0$, ecuația are două soluții reale și distincte și

$$\text{anume: } x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} \quad \text{și} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

✚ Dacă $\Delta < 0$, ecuația are două soluții complexe și anume:

$$x_1 = \frac{-b - i\sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} \quad \text{și} \quad x_2 = \frac{-b + i\sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

✚ Dacă $\Delta = 0$, ecuația are soluție dublă: $x_{1,2} = \frac{-b}{2a}$

Logaritm

def. Fie $a, b > 0, a \neq 1$. Soluția unică a ecuației $a^x = b$, se numește **logaritm în bază a din b**, și se notează $\log_a b$.

Exemplu: $\log_2 8 = 3$ deoarece $2^3 = 8$

Logaritmi speciali:

Logaritmul natural $\ln x = \log_e x$. (Unde $e = 2,718281828 \dots$)

Logaritmul zecimal $\lg x = \log_{10} x$

Proprietăți:

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y, (\forall) a, x, y > 0, a \neq 1$$

$$\log_a x : y = \log_a x - \log_a y, (\forall) a, x, y > 0, a \neq 1$$

$$\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x, (\forall) a, x > 0, a \neq 1, (\forall) \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, (\forall) a, b, c > 0, a, c \neq 1$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}, (\forall) a, b > 0, a, b \neq 1$$

Modul ecuației/inecuații

Dacă p pozitiv:

$$|a| = p \Rightarrow a = p \text{ sau } a = -p$$

$$|a| < p \Rightarrow -p < a < p$$

$$|a| > p \Rightarrow a < -p \text{ sau } a > p$$